令和６年度入学試験問題（前期日程）

数　　　　　学

初等教育教員養成課程
理数教育プログラム

注意事項

1. **試験開始の合図があるまで，この問題冊子の中を見てはいけません。**
2. 解答紙は４枚（４の１，４の２，４の３，４の４）あります。
3. 試験開始後，各解答紙の上部の２箇所に受験番号を記入しなさい。また，計算紙にも受験番号を記入しなさい。
4. 解答はすべて解答紙の所定の解答欄に記入しなさい。**解答紙の裏面に記入した解答は採点の対象になりません。**
5. 定規，コンパスは使用できません。

〔1〕　次の問いに答えよ。

（問1）　関数 $f(x)=3^x+3^{-x}-3\left(3^{\frac{x}{2}}+3^{-\frac{x}{2}}\right)+14$ の最小値を求めよ。また，そのときの x の値を求めよ。

（問2）　$z=\dfrac{-1+\sqrt{3}i}{2}$ とするとき，

$$z^5+z^4+2z^3+2z^2+2z+3$$

の値を求めよ。ただし，i は虚数単位とする。

（問3）　楕円 $\dfrac{x^2}{4}+\dfrac{y^2}{9}=1$ に内接する長方形で，各辺が座標軸に平行な長方形の面積の最大値を求めよ。

〔2〕　1個のさいころを繰り返し投げるゲームを行う。1の目が2回出た時点でゲームは終わる。このとき，ゲームが終わった時点でさいころを投げた回数が n である確率を p_n とする。ただし，n は2以上の整数とする。

（問1）　p_2，p_3 を求めよ。

（問2）　p_n を求めよ。

（問3）　$p_n=p_{n+1}$ となる n を求めよ。

〔3〕　点 O を原点とする座標空間内に 3 点 $A(2, 0, 0)$，$B(-2, 0, 0)$，$C(1, 2, 3)$ をとる。O，A，B と異なる点 $P(x, y, z)$ が $\overrightarrow{AP} \perp \overrightarrow{BP}$ となるように動くとき，次の問いに答えよ。

（問 1）　x，y，z の満たす条件を求めよ。

（問 2）　直線 AP と yz 平面との交点を $Q(0,\beta,\gamma)$ とする。次の（ア），(イ)，（ウ）に答えよ。

（ア）　β，γ をそれぞれ x，y，z を用いて表せ。

（イ）　x，y，z をそれぞれ β，γ を用いて表せ。

（ウ）　点 P がさらに $\overrightarrow{OP} \perp \overrightarrow{OC}$ となるように動くとき，Q は yz 平面上でどのような図形を描くか。Q の描く図形を求めよ。

〔4〕　区間 $0 \leqq x \leqq \frac{\pi}{4}$ において，2 つの曲線 $y = \sin x$，$y = \cos 2x$ と 2 つの直線 $x = 0$，$x = \frac{\pi}{4}$ とで囲まれた部分を D とする。次の問いに答えよ。

（問 1）　区間 $0 \leqq x \leqq \frac{\pi}{4}$ において，2 つの曲線 $y = \sin x$，$y = \cos 2x$ の交点の座標を求めよ。

（問 2）　D の面積を求めよ。

（問 3）　D を x 軸の周りに 1 回転させてできる立体の体積を求めよ。