

令和4年度入学試験問題（後期日程）

数 学

（中等教育教員養成課程 数学専攻）

注意事項

1. 試験開始の合図があるまで、この問題冊子の中を見てはいけません。
2. 解答紙は4枚（4の1，4の2，4の3，4の4）あります。
3. 試験開始後、各解答紙の上部の2箇所を受験番号を記入しなさい。また、計算紙にも受験番号を記入しなさい。
4. 解答はすべて解答紙の所定の解答欄に記入しなさい。**解答紙の裏面に記入した解答は採点の対象になりませんので注意してください。**
5. 定規，コンパスは使用できません。

[ 1 ], [ 2 ] ..... 1 ページ

[ 3 ], [ 4 ] ..... 2 ページ

[ 1 ] 次の問いに答えよ。

(問 1)  $x + y + z = 20$ ,  $x \geq 3$ ,  $y \geq 4$ ,  $z \geq 5$  を満たす整数  $x, y, z$  の組は何通りあるか。

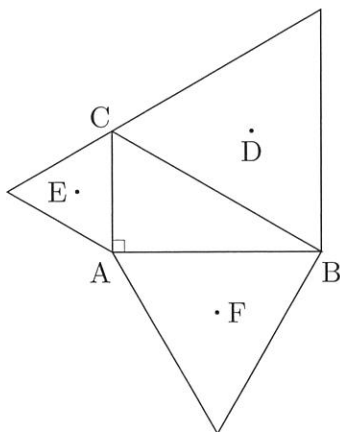
(問 2)  $8^x + 8^{-x} - 4(4^x + 4^{-x}) + 2(2^x + 2^{-x}) - 4 = 0$  を満たす実数  $x$  をすべて求めよ。

(問 3) 関数  $f(x)$  において、常に  $f(-x) = -f(x)$  が成り立っている。 $f(x)$  が  $x = a$  で微分可能ならば、 $f(x)$  は  $x = -a$  で微分可能であって

$$f'(-a) = f'(a)$$

となることを示せ。

[ 2 ]  $\triangle ABC$  において、 $AB = \sqrt{3}$ ,  $AC = 1$ ,  $\angle BAC = \frac{\pi}{2}$  とする。下の図のように、 $\triangle ABC$  の外側に  $BC$  を 1 辺とする正三角形をつくりその重心を  $D$ ,  $\triangle ABC$  の外側に  $CA$  を 1 辺とする正三角形をつくりその重心を  $E$ ,  $\triangle ABC$  の外側に  $AB$  を 1 辺とする正三角形をつくりその重心を  $F$  とする。次の問いに答えよ。



(問 1)  $\vec{AB} = \vec{a}$ ,  $\vec{AC} = \vec{b}$  とおく。 $\vec{AD}$ ,  $\vec{AE}$ ,  $\vec{AF}$  を  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$  を用いて表せ。

(問 2)  $\vec{FD}$  と  $\vec{FE}$  の内積  $\vec{FD} \cdot \vec{FE}$  の値を求めよ。

(問 3)  $\vec{FD}$  と  $\vec{FE}$  のなす角を求めよ。

[ 3 ] 数列  $\{a_n\}$  が

$$a_1 = \frac{1}{9}, \quad a_{n+1} = \frac{a_n}{8(n+1)a_n + 1} \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

によって定められているとき、次の問いに答えよ。

(問 1)  $b_n = \frac{1}{a_n}$  とおくと、 $b_{n+1}$  と  $b_n$  の関係式を求めよ。

(問 2) 数列  $\{a_n\}$  の一般項を求めよ。

(問 3) 無限級数  $\sum_{n=1}^{\infty} \sqrt{a_n a_{n+1}}$  の収束、発散について調べ、収束すればその和を求めよ。

[ 4 ] 関数  $f(x)$  を

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} \quad (0 \leq x < 1)$$

によって定める。曲線  $y = f(x)$  上の点  $\left(\frac{\sqrt{3}}{2}, f\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)\right)$  における接線を  $\ell$  とする。また、曲線  $y = f(x)$ ,  $x$  軸,  $y$  軸および接線  $\ell$  で囲まれた部分を  $D$  とする。次の問いに答えよ。

(問 1)  $\ell$  の方程式を求めよ。

(問 2)  $D$  の面積を求めよ。

(問 3)  $D$  を  $x$  軸のまわりに 1 回転してできる立体の体積を求めよ。